

**PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA DE
LA COMUNIDAD DE MADRID. CURSO 2008-2009**

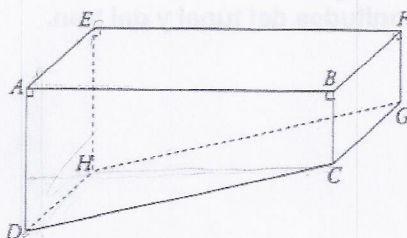
SEGUNDO EJERCICIO: MATEMÁTICAS

Instrucciones: el alumno debe responder a todas las cuestiones propuestas.

Calificación: la puntuación total es de 10 puntos.

Se valorarán la corrección de las respuestas y la demostración de los conocimientos, la calidad y claridad de la exposición, la estructuración, la propiedad del vocabulario, la puntuación y la ortografía.

1. La piscina del Sr. Pérez tiene forma de prisma recto cuya base ABCD es un trapecio rectángulo.



Las medidas son $AB = 14 \text{ m}$, $AE = 5 \text{ m}$, $AD = 1,8 \text{ m}$ y $BC = 0,8 \text{ m}$

- A. El Sr. Pérez quiere pintar la piscina: el fondo y los laterales. Le cobran 1 € por m^2 . ¿Cuántos euros deberá pagar?
- B. Comprobar que el volumen del prisma es 91 m^3 .
- C. Al final del verano una tormenta ha dejado el agua turbia. El Sr. Pérez vacía su piscina con una bomba que absorbe 5 m^3 a la hora. ¿Cuánto tiempo, en horas y minutos, debe pasar hasta que se empiece a ver el fondo?
- D. Escribe la función o fórmula que da el volumen de agua V (en m^3) que queda en la piscina en función del tiempo t de vaciado (en horas) y dibuja su gráfica, poniendo el tiempo en el eje horizontal y el volumen en el vertical.
- E. Cuando la piscina está llena, la altura del agua en el lugar de máxima profundidad es de 180 cm y va disminuyendo en función del tiempo de vaciado.
Calcular en centímetros por hora (cm/h) la velocidad a la que baja la altura del agua en la piscina hasta que empieza a verse el fondo. ¿Qué puedes decir de dicha velocidad a partir de ese momento?

5 puntos

2. Según los datos sobre el clima en una región, si un día hace sol, la probabilidad de que el siguiente también haga sol es de $\frac{3}{4}$; y si está nublado, la probabilidad de que el siguiente siga estándolo es de $\frac{3}{5}$. Si un día es jueves y ha amanecido nublado, halla la probabilidad de que:

- A. haga sol el viernes
- B. haga sol tanto el viernes como el sábado
- C. haga sol el sábado

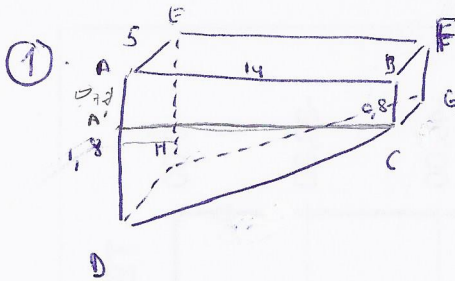
3 puntos

3. Desde lo alto de un monte se ve la entrada y la salida de un túnel. Un tren de mercancías que lleva una velocidad de 36 km/h acostumbra a pasar por él todos los días.

Un día se observa que desde que la locomotora inicia la entrada en el túnel hasta que el último vagón sale completamente del túnel transcurren 120 segundos. Al día siguiente se observa que desde el instante en que el tren desaparece dentro del túnel hasta que comienza a verse la locomotora han transcurrido 60 segundos.

Calcula las longitudes del túnel y del tren.

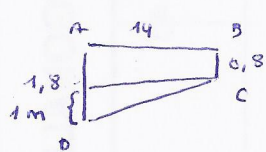
2 puntos



A) lateral 1 A-D-C-B

$$\text{Trapezoid: } A = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} h = \frac{(1,8 + 0,8) 14}{2} = \frac{36,4}{2} = 18,2 \text{ m}^2$$

Fondo D-C-H-G



$$\overline{D-C} = \sqrt{\overline{AB}^2 + 1^2} = \sqrt{196 + 1} = 14,04 \text{ m}^2$$

lateral 2: A-E-D-H

$$\text{Rectángulo: } A = B h = 5 \cdot 1,8 = 9 \text{ m}^2$$

lateral 3: B-C-F-G

$$\text{Rectángulo: } A = B h = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ m}^2$$

Área total: Supongo que los laterales son A-D-B-C y E-F-H-G

$$A_T = 18,2 \cdot 2 + 14,04 = 36,4 + 14,04 = 50,44 \text{ m}^2 \Rightarrow \text{Pagará } \underline{50,44 \text{ €}}$$

B) Volumen: $A_B \cdot h$

$$\text{Base} \rightarrow A-D-B-C \Rightarrow 18,2 \text{ m}^2$$

$$\text{Altura} \Rightarrow 5 \text{ m}$$

$$V = 18,2 \cdot 5 = \underline{91 \text{ m}^3}$$

C) Volumen de agua vaciada hasta vez fondo: $A_B h$:

$$A_B = \overline{AE} \cdot \overline{AB} = 5 \cdot 14 = 70 \text{ m}^2$$

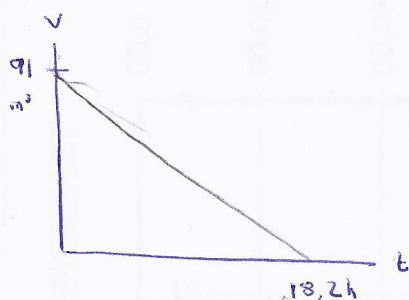
$$h = \overline{BC} = 0,8 \text{ m}$$

$$V_f = A_B h = 56 \text{ m}^3$$

$$t = \frac{V_f}{Q} = \frac{56 \text{ m}^3}{\frac{5 \text{ m}^3}{\text{s}}} = 11,2 \text{ h} \approx 11 \text{ h} + 0,2 \text{ h} = 11 \text{ h} + 12 \text{ minutos}$$

b.) t : tiempo de vacuado en h :

$$v = 91 - 5t$$

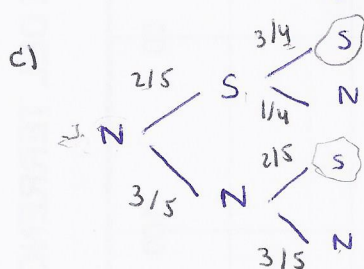


$$E) v = \frac{x}{t}; v = \frac{80 \text{ cm}}{11,1 \text{ h}} = \underline{\underline{7,27 \text{ cm/h}}}$$

Que la velocidad deje de ser constante

② A) $\frac{2}{5} (1 - N \cap N) : (\overline{N \cap N})$

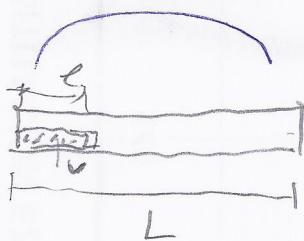
B) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} (\text{Nhsn s})$



$$S \cdot S + N \cdot S : \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{10} + \frac{6}{25} = \underline{\underline{\frac{27}{25}}}$$

Jueves Viernes sábado

③



El tren tarda 120 s en recorrer L

$$v = \frac{L}{t}; 10 \text{ m/s} = \frac{L}{120 \text{ s}}; \underline{\underline{L = 1200 \text{ m}}}$$

$$v = 36 \text{ km/h} = \frac{36 \cdot 10^3}{3600} = 10 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{L - 2l}{t}; 10 \text{ m/s} = \frac{1200 \text{ m} - 2l}{6 \text{ s}}; 600 = 1200 - 2l;$$

$$2l = 600; \underline{\underline{l = 300 \text{ m}}}$$

**PREMIOS EXTRAORDINARIOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA
DE LA COMUNIDAD DE MADRID. CURSO 2010-2011**

SEGUNDO EJERCICIO: MATEMÁTICAS B

Instrucciones: se permite una calculadora científica no gráfica ni programable.

Calificación: la puntuación máxima de los apartados de los problemas figura a continuación de cada uno de ellos. Para conseguir dicha puntuación se valorarán, además de los resultados correctos, la claridad de la exposición, la justificación de los planteamientos y de los cálculos, y la utilización adecuada del idioma.

PROBLEMA 1

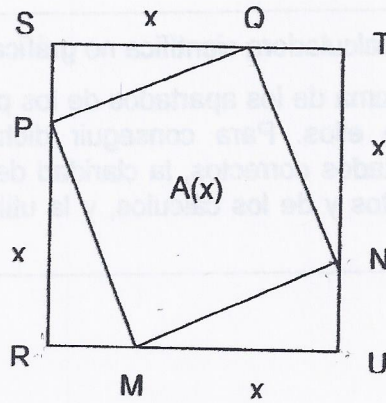
Un tren que recorre la cordillera andina parte de la estación A hacia la estación B a las 9h. A las 15 horas tuvo que detenerse en un punto P debido a la obstrucción de la vía por acumulación de nieve. Después de 2 horas se consiguió limpiar la vía, y el maquinista, para recuperar el tiempo perdido, condujo el tren el resto del trayecto a una velocidad superior en un 20% a la que llevaba antes de la parada. Como resultado, el tren llegó a B con un retraso de 1 hora.

Al día siguiente, el tren que se dirigía de A a B, con el mismo horario, se detuvo más lejos de A que el día anterior, a causa de un alud de nieve, en un punto Q a 150 km de P. Costó despejar la vía 3 horas, al cabo de las cuales el maquinista aumentó la velocidad, lo mismo que el día anterior, en un 20%, consiguiendo recuperar sólo media hora.

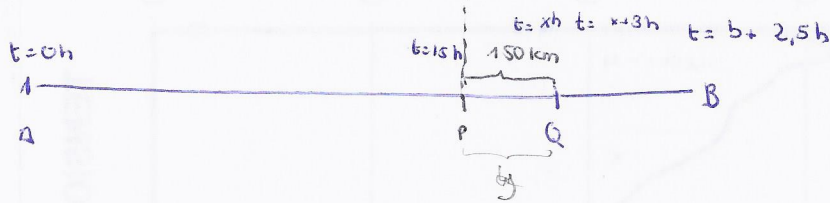
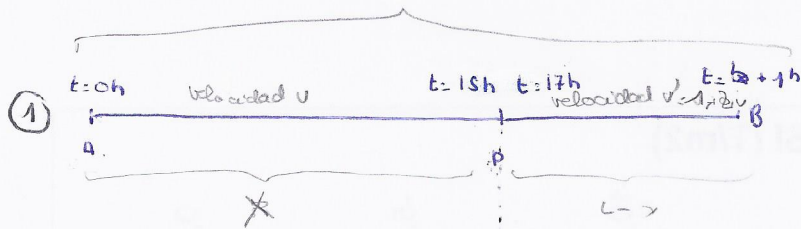
- a) Si la velocidad del tren antes de parar es v , ¿cómo expresarías la velocidad que lleva en la segunda parte del trayecto? (1 punto)
- b) Calcula la velocidad de los trenes antes y después de parar a causa de la nieve. (2 puntos)
- c) Halla la distancia entre A y B. (2 puntos)

PROBLEMA 2

El cuadrilátero RSTU es un cuadrado de 5 cm de lado. El segundo cuadrilátero se construye eligiendo sus vértices P, Q, N y M a una distancia x de R, S, T y U respectivamente, como indica la figura. El área A de los cuadriláteros PQNM es función de x , por lo que la nombramos $A(x)$.



- Demuestra que los cuadriláteros PQNM son cuadrados. (1 punto)
- Calcula el área $A(x)$ en función de x . (1 punto)
- ¿Cuánto debe valer x para que el área $A(x)$ sea 13 cm^2 ? (1 punto)
- Representar la función $y = A(x)$ para $0 < x < 5$. ¿Para qué valor de x es mínimo el valor del área del cuadrado PQNM? (2 puntos)



Unidades: km, h

v = velocidad antes de parar

v' = velocidad después de parar

a) $v' = v + \frac{2}{10} v$

b) $\overline{AP} = 15v$

$\overline{PB} =$

$\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{tiempo 1ª parte} = \frac{\overline{AP}}{v} \\ \text{tiempo 2ª parte} = \frac{\overline{PB}}{1,2v} \end{array} \right\} \begin{array}{l} t_1 = \frac{x}{v} \\ t_2 = \frac{L-x}{1,2v} \end{array}$$

$$t_1 + t_2 + 2 = \frac{\overline{AP} + \overline{BP}}{v} + 1 \quad ; \quad t_1 + t_2 + 2 = \frac{x + (L-x)}{v} + 1 \quad ; \quad \frac{x}{v} + \frac{L-x}{1,2v} + 2 = \frac{L}{v} + 1$$

Segundo día

$$\frac{x+150}{v} + \frac{L-x-150}{1,2v} + 3 = \frac{L}{v} + 2,5$$

$$\Rightarrow \frac{x}{v} + \frac{L-x}{1,2v} + 2 = \frac{L}{v} + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 + \frac{L-15v}{1,2v} + 2 = \frac{L}{v} + 1 \\ \frac{x+150}{v} + \frac{L-x-150}{1,2v} + 3 = \frac{L}{v} + 2,5 \\ \frac{x}{v} = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{15v+150}{v} + \frac{L-15v-150}{1,2v} + 3 = \frac{L}{v} + 2,5 \end{array}$$

$$15 + \frac{L}{1,2v} - 12,5 + 2 = \frac{L}{v} + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 + \frac{150}{v} + \frac{L}{1,2v} - 12,5 - \frac{150}{1,2v} + 3 = \frac{L}{v} + 2,5 \\ \frac{1}{v} = u \end{array} \right\} \frac{L}{v} = b$$

$$15 + \frac{b}{1,2} - 12,5 + 2 = b + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 + \frac{150}{v} + \frac{b}{1,2} - 12,5 - \frac{150}{1,2v} + 3 = b + 2,5 \end{array} \right\}$$

$$18 + t - 15 + 2,4 = 1,2t + 1,2$$

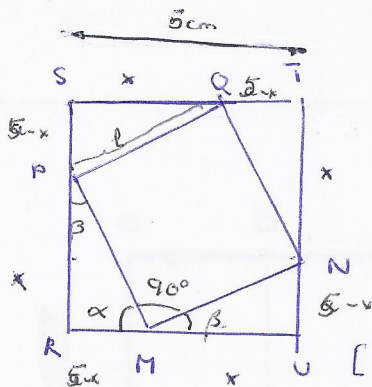
$$18 + 1800 + t - 15 = 1500 + 3,6 = 1,2t + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{17,7}{0,2} = t \\ \frac{3,6 + 1800}{0,2} = t \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 17,7 = 3,6 + 300; \\ 300 = 14,1; u = 0,47 \end{array} \right.$$

$$0,47 = \frac{1}{v}; \quad \underline{v = 2,13 \text{ km/h}} \quad v' = 1,2 \cdot 2,13 = \underline{2,56 \text{ km/h}}$$

$$c) \quad t = \frac{3,6 + 30 \cdot 0,47}{0,2} = \frac{17,7}{0,2} = 88,5$$

$$88,5 = \frac{L}{2,13}; \quad \underline{L = 188,51 \text{ km}}$$

2



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

[tanto, las hipotenusas, que son los lados del cuadrado, son iguales. Además, los ángulos son iguales]

a) Los triángulos $\triangle MUN$, $\triangle NTQ$, $\triangle QSP$ y $\triangle PRM$ son iguales porque sus 3 lados son iguales, por

$$b) l = \sqrt{x^2 + (5-x)^2} = \sqrt{x^2 + 25 + x^2 - 10x} = \sqrt{2x^2 - 10x + 25}$$

$$A = l^2; A(x) = 2x^2 - 10x + 25$$

$$c) 13 = 2x^2 - 10x + 25; 2x^2 - 10x + 12 = 0; x^2 - 5x + 6 = 0; x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ x_2 = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$d) A(x) = 2x^2 - 10x + 25$$

$$a > 0 \rightarrow \cup$$

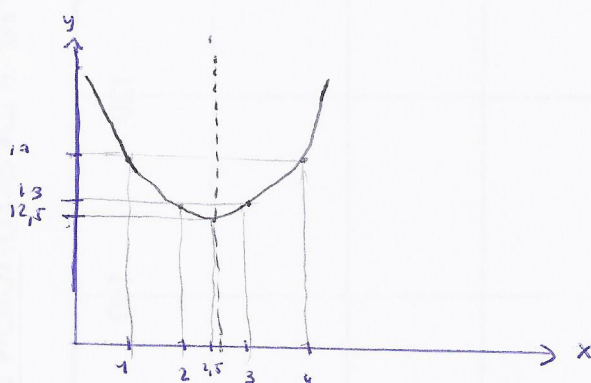
$$x_v = \frac{-b}{2a} = 2,5$$

$$y_v = 12,5 - 25 + 25 = 12,5 \quad \left\{ \begin{array}{l} (2,5; 12,5) \end{array} \right. \text{ Eje de simetría } x = 2,5$$

Para el valor de $x = 2,5$ es mínimo el valor del área del cuadrado PQMN.

OX: No tiene corte.

$$OY \Rightarrow 0x^2 - 10 \cdot 0 + 25 = 25 \Rightarrow (0; 25)$$



x	y
1	17
2	13
3	13
4	17